

大學入學考試中心

分科測驗（114 學年度起適用）

數學乙考科

參考試卷說明

114 學年度起適用之分科測驗數學乙考科參考試卷，係大考中心依據以下二份文件所揭櫫之理念與目標而設計：

- （一）108學年度開始實施之「十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校—數學領域」。
- （二）本中心112年5月所公布之 114 學年度起適用之「分科測驗數學考科考試說明」。

一、測驗科目與範圍

分科測驗數學乙考科的測驗範圍包括普通型高級中等學校部定 10 年級必修數學、11 年級必修數學 A 類及數學 B 類均關聯的學習內容、12 年級加深加廣選修數學乙類（詳細內容可參見分科測驗數學考科考試說明）。

二、題型、架構與配分

114 學年度起適用之分科測驗數學乙考科參考試卷架構分為兩部分，第壹部分為選擇(填)題型，第貳部分為混合題型。為使教學現場瞭解組卷時或有不同的題卷樣貌與分數配置，數學乙公布參考試卷兩卷，卷一第壹部分約占 75%，第貳部分約占 25%；卷二第壹部分約占 72%，第貳部分約占 28%，兩卷試卷的滿分皆為 100 分。上述題型與配分比例在未來正式考試時，可能因組卷之必要而有微調。

三、命題特色

配合「十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校—數學領域」強調素養與跨領域精神，「分科測驗數學乙考科」的命題方向除了測驗高中階段學生的數學基本概念，也評量使用這些概念解決生活與學術探究情境問題的能力。

四、考生作答（答題卷）

此次答題卷為配合混合題型而設計，考生作答時須注意本考科試題本之「作答注意事項」的提示，並於規定的作答區撰寫。未來混合題型中的非選擇題可能有其他不同形式，每份試卷混合題的呈現方式未必皆相同，作答時須搭配「答題卷」，故務必詳讀試卷上的作答說明。

參考試卷呈現本中心未來命題方向、組卷架構、答題卷設計、參考答案／評分原則等可能樣貌，僅適宜作為參考練習、評量之示例；此外，本次試題除部分為原創外，亦有採用或修改歷年考題或研究用試題情形。本中心對本次公告之參考試卷，雖追求最高品質，但仍可能存在須調整精進之處，歡迎各界惠予指正、建議。

第壹部分、選擇（填）題（占75分）

一、單選題（占 25 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題 5 分。

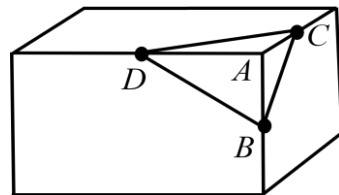
1. 投擲一個不公平的六面骰子，其出現 2 點、3 點、4 點、5 點的機率均為 $\frac{1}{12}$ ，且出現 1 點的機率等於出現 6 點的機率。若投擲此骰子 120 次，且每次投擲的結果互不影響，試問出現 1 點的次數之期望值為何？

- (1) 10
- (2) 20
- (3) 30
- (4) 40
- (5) 50

2. 地面上有兩座塔，已知甲塔的高度大於乙塔，且甲、乙兩塔的水平距離為 150 公尺。某人從甲塔頂拉一條筆直的繩索到乙塔頂，並從甲塔頂測得乙塔頂的俯角為 22° 。試問繩索的長度（單位：公尺）為下列哪一個選項？（註：眼睛往下看目標物時，視線與水平線間的夾角稱為俯角）

- (1) $150\sin 22^\circ$
- (2) $150\cos 22^\circ$
- (3) $150\tan 22^\circ$
- (4) $\frac{150}{\sin 22^\circ}$
- (5) $\frac{150}{\cos 22^\circ}$

3. 將某長方體八個頂點截去八個角，使得每個截角的截面恰通過該截角之三鄰邊的中點，以頂點 A 為例，其截面通過三鄰邊的中點 B、C、D，如圖所示。試問此長方體截角後為幾面體？



- (1) 八面體
- (2) 十面體
- (3) 十二面體
- (4) 十四面體
- (5) 十六面體

4. 某班級有 8 位同學，分成 A 、 B 、 C 三組，每位同學都會被分配到其中一組，其中 A 組有 3 人、 B 組有 3 人、 C 組有 2 人，且 8 位同學中甲、乙兩位同學一定要在同一組。試問這 8 位同學總共有幾種分組方式？

(1) 140 (2) 150 (3) 160 (4) 170 (5) 180

5. 設 O 、 A 、 B 為坐標平面上不共線三點，其中向量 $\overrightarrow{OA}$ 垂直 $\overrightarrow{OB}$ 。若 C 、 D 兩點在直線 AB 上，滿足 $\overrightarrow{OC} = \frac{3}{5}\overrightarrow{OA} + \frac{2}{5}\overrightarrow{OB}$ 、 $\frac{\overline{AD}}{\overline{BD}} = \frac{8}{3}$ ，且 $\overrightarrow{OC}$ 垂直 $\overrightarrow{OD}$ ，試問 $\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}$ 的值為何？

(1) $\frac{3}{8}$ (2) $\frac{2}{3}$ (3) $\frac{3}{4}$
(4) $\frac{4}{3}$ (5) $\frac{3}{2}$

二、多選題（占 32 分）

說明：第 6 題至第 9 題，每題 8 分。

6. 無窮數列 $a_1, a_2, a_3, \dots$ 中，奇數項是一個公比為 $\frac{1}{3}$ 的等比數列，而偶數項是一個公比為 $\frac{1}{2}$ 的等比數列，且 $a_1 = 3, a_2 = 2$ 。試選出正確的選項。

(1) $a_4 > a_5 > a_6 > a_7$

(2) $\frac{a_{10}}{a_{11}} > 10$

(3) $\sum_{n=1}^{50} a_{2n} > 4$

(4) 滿足 $a_n < \frac{1}{100}$ 的最小正整數 n 是 13

(5) 若 $b_n = \frac{a_{2n-1}}{a_{2n}}$ ，其中 $n = 1, 2, 3, \dots$ ，則 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = \frac{9}{8}$

7. 有一種在數線上移動一個棋子的遊戲，移動棋子的方式是以投擲一顆公正骰子來決定，其規則如下：

- （一）擲出點數為 1 點時，棋子不移動。
- （二）擲出點數為 3 或 5 點時，棋子向左（負向）移動「該點數減 1」單位。
- （三）擲出點數為偶數時，棋子向右（正向）移動「該點數的一半」單位。

一開始棋子以原點當起點，每次移動都是以前一次棋子所在位置為該次的起點。

例如投擲骰子二次，第一、二次分別擲出點數為 5 點、2 點時，該棋子先向左移動 4 單位至坐標 -4，再向右移動 1 單位至坐標 -3。試選出正確的選項。

- (1) 投擲骰子一次，棋子與原點距離為 2 的機率為 $\frac{1}{2}$
- (2) 投擲骰子一次，棋子的坐標之期望值為 0
- (3) 投擲骰子二次，棋子的坐標可能為 -5
- (4) 投擲骰子二次，在二次的點數皆大於 3 的條件下，棋子的坐標為負的機率為 $\frac{5}{9}$
- (5) 投擲骰子三次，棋子在原點的機率為 $\left(\frac{1}{6}\right)^3$

8. 設 $f(x)$ 為實係數二次多項式函數且 $f(x)=0$ 沒有實根。試選出正確的選項。

- (1) $f(1)f(2)>0$
- (2) 若 $f(x)=-2$ 有實根，則 $f(x)=1$ 有實根
- (3) 若 $f(x)=2$ 有實根，則 $f(x)=1$ 沒有實根
- (4) $f(0)f''(0)>0$
- (5) $(f(3)-f(1))f'(2)$ 的值可能小於 0

9. 甲、乙兩班各有 40 位同學參加某次數學考試（總分為 100 分），考試後甲、乙兩班分別以 $y_1 = 0.8x_1 + 20$ 和 $y_2 = 0.75x_2 + 25$ 的方式來調整分數，其中 x_1, x_2 分別代表甲、乙兩班的原始考試分數， y_1, y_2 分別代表甲、乙兩班調整後的分數。已知調整後兩班的平均分數均為 60 分，調整後的標準差分別為 16 分和 15 分。試選出正確的選項。
- (1) 甲班每位同學調整後的分數均不低於其原始分數
 - (2) 甲班原始分數的平均分數比乙班原始分數的平均分數高
 - (3) 甲班原始分數的標準差比乙班原始分數的標準差高
 - (4) 若甲班 A 同學調整後的分數比乙班 B 同學調整後的分數高，則 A 同學的原始分數比 B 同學的原始分數高
 - (5) 若甲班調整後不及格（小於 60 分）的人數比乙班調整後不及格的人數多，則甲班原始分數不及格的人數必定比乙班原始分數不及格的人數多

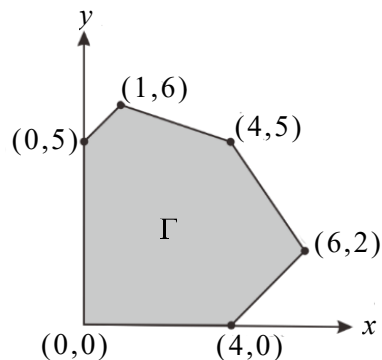
三、選填題（占 18 分）

說明：第 10 題至第 12 題，每題 6 分。

10. 設矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ 。若 $A^6 - 3A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，則 $a+b+c+d$ 之值為 10-1 10-2。

11. 坐標平面上有一個多邊形區域 Γ (含邊界)，其頂點依序為 $(0,0)$ 、 $(0,5)$ 、 $(1,6)$ 、 $(4,5)$ 、 $(6,2)$ 、 $(4,0)$ ，如圖所示。若 Γ 落在直線 $7x+2y=k$ 與兩坐標軸圍成的三角形區域內

(含邊界)，則 k 的最小值為 11-1 11-2。



12. 坐標平面上，一個半徑為 12 的圓與直線 $x+y=0$ 相交於 A 、 B 兩點，且 $\overline{AB}=8$ 。

若此圓與直線 $L: x+y=24$ 亦相交，則圓心到直線 L 的距離為 12-1 $\sqrt{12-2}$ 。

(化成最簡根式)

第貳部分、混合題或非選擇題（占 25 分）

說明：本部分共有 2 題組，第 14 題單選題 2 分，第 16 題單選題 3 分，非選擇題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。

選擇（填）題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

13-15 題為題組

某傳染病的總感染人數以指數形式成長，在「感染人數為 a ，且每位已感染者平均一天會傳染給 r 位未感染者」的前提下， n 天後感染到此疾病的總人數 P_n 可以表示為

$$P_n = a(1+r)^n, \text{ 其中 } a \geq 1 \text{ 且 } r > 0。$$

根據上述，試回答下列問題。

13. 已知 $A = \frac{\log P_5 - \log P_2}{3}$ ， $B = \frac{\log P_8 - \log P_6}{2}$ ，試說明 $A=B$ 。（非選擇題，6 分）

14. 已知該傳染病每隔 16 天總感染人數會增加為 10 倍，試問每隔 2 天總感染人數會增加為多少倍？（單選題，2 分）

(1) $10^{\frac{1}{8}}$

(2) $10^{\frac{1}{4}}$

(3) $10^{\frac{1}{2}}$

(4) $\frac{5}{4}$

(5) 2

15. 承 14，已知 $\sum_{k=1}^{10} \frac{P_{2k-1}}{P_{2k}} = 10^t$ ，試求 t 的值。（非選擇題，4 分）

16-18 題為題組

設 $f(x)$ 為實係數三次多項式函數滿足 $f(0)=10$ ， $f(1)=6$ ，且 $f(2-i)=0$ ，其中 $i=\sqrt{-1}$ 。
根據上述，試回答下列問題。

16. 試問下列哪一個選項是方程式 $f(x)=0$ 的根？（單選題，3 分）

(1) 0

(2) $1+2i$

(3) $-2-i$

(4) $-2+i$

(5) $2+i$

17. 設函數 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ ，試求 a 、 b 、 c 、 d 的值。（非選擇題，4 分）

18. 設 $f(x)$ 的圖形以 $(0,10)$ 為切點的切線為 L ，試求 L 與 $y=2x^2-8x+10$ 的圖形所圍成封閉區域的面積。（非選擇題，6 分）

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 r ($r \neq 1$) 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 級數和： $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ； $\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

3. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑)

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

4. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，

算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ；標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\mu_X^2)}$

5. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，

相關係數 $r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

最適直線（迴歸直線）方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{5} \approx 2.236$, $\sqrt{6} \approx 2.449$, $\pi \approx 3.142$

7. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$, $\log 3 \approx 0.4771$, $\log 5 \approx 0.6990$, $\log 7 \approx 0.8451$

8. 若 $X \sim B(n, p)$ 為二項分布，則期望值 $E(X) = np$ ，變異數 $\text{Var}(X) = np(1-p)$