

大學入學考試中心

分科測驗

數學考科考試說明

— 114 學年度起適用 —

中華民國 112 年 5 月

著作權屬財團法人大學入學考試中心基金會所有，僅供非營利目的使用，轉載請註明出處。若作為營利目的使用，應事前經由財團法人大學入學考試中心基金會書面同意授權。

分科測驗數學考科考試說明

目 錄

前言	1
壹、測驗目標	1
貳、測驗內容	2
參、試題舉例	3
附件、分科測驗數學考科測驗範圍	11

分科測驗

數學考科考試說明

前言

自 111 學年度開始，「分科測驗數學考科」依據 108 學年度實施之「十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校—數學領域」（以下簡稱「數學領綱」）命題¹。配合數學領綱強調素養與跨領域的精神，「分科測驗數學考科」除了測驗高中階段學生的數學概念，也評量連結不同單元，以及應用這些概念解決生活與學術探究情境問題的能力。

數學領綱強調數學教學應培養學生正確使用工具的素養，亦提及入學測驗宜容許考生使用計算機等數學工具。「分科測驗數學考科」如容許使用計算機，本中心將於考試三年前公告容許使用計算機的相關訊息。若「分科測驗數學考科」容許使用計算機，則試卷中將不再附三角函數值、對數值等相關數據。另外，試題中所用到的數學名詞或概念，如非各版本教科書通用者，將在試卷中加以說明。

壹、測驗目標

概念性知識、程序性知識與解決問題的能力是學生學習數學的三個層面，「分科測驗數學考科」依此三個層面設定測驗目標，配合素養導向試題設計，也著重解題過程中閱讀、表達、連結以及論證推理的能力。

一、測驗概念性知識

例如：能辨認某概念；能確認概念中的基本數學原理。

二、測驗程序性知識

例如：能判讀圖表；能運用適當的公式與步驟解題。

三、測驗閱讀與表達的能力

例如：能讀懂題目，並以數學語言表達題目所問的涵義及解題的過程。

四、測驗連結的能力

例如：能融會貫通數學中不同單元的概念，或連結其他學科知識、生活經驗。

五、測驗論證推理的能力

例如：能應用數學模型與邏輯思考進行正確的推理或證明；能呈現關係以表示問題內涵。

六、測驗解決問題的能力

例如：能應用數學知識、選擇有效策略及運用推理能力解決問題，並能檢驗結果的合理性與正確性。

¹「十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校—數學領域」由教育部於民國 107 年 7 月 26 日發布，並自 108 學年度依照不同教育階段逐年實施。

貳、測驗內容

一、測驗範圍

數學領綱包括 10 年級與 11 年級的必修數學課程，以及 12 年級加深加廣選修課程，其中 11 年級分為 A、B 兩類，12 年級分為甲、乙兩類。依據大學招生委員會聯合會公告的大學多元入學方案，於 111 年開始的「分科測驗數學考科」為數學甲考科，而 114 年開始的「分科測驗數學考科」為數學甲、數學乙考科²。

依據大學多元入學方案，分科測驗評量進階學科能力，因此「分科測驗數學考科」主要測驗高中階段進階的數學概念以及整合的知識與技能，包含閱讀、表達、推理以及連結能力。數學甲考科的測驗範圍為 10 年級必修、11 年級必修數學 A 類、12 年級加深加廣選修數學甲類；數學乙考科的測驗範圍為 10 年級必修、11 年級必修數學 A 類及數學 B 類均關聯的學習內容（詳細測驗範圍的學習內容條目及說明，請見附表五）、12 年級加深加廣選修數學乙類。

考科	測驗內容
數學甲	10 年級必修、11 年級必修數學 A 類、12 年級加深加廣選修數學甲類
數學乙	10 年級必修、11 年級必修數學 A 類及數學 B 類均關聯的學習內容、12 年級加深加廣選修數學乙類

分科測驗數學考科在評量上述測驗內容時，自然包含修習這些內容所需之先備知識和基本工具。本考試說明附表一～附表六所列的學習內容條目說明及備註，均屬分科測驗數學考科的測驗範圍。

二、試卷架構

分科測驗數學考科的題型包含選擇題型（單選題、多選題）、選填題型、非選擇題型與混合題型，非選擇題型與混合題型採題組方式評量，其中混合題型是指同時包含選擇題（或選填題）與非選擇題的題型，例如將多個步驟的問題分成數小題，各小題可能以不同題型評量，例如多選題搭配非選擇題型，將試題內需要的資料或作答線索，在題組中的小題呈現，引導作答。因此除測驗學科知識、解題能力外，並同時評量閱讀表達及論證推理的能力。

數學甲考科的試卷包含兩部分：第壹部分為單選題、多選題、選填題，占分約為 70%~76%，第貳部分為混合題型與非選擇題型，占分約為 24%~30%。

數學乙考科的試卷包含兩部分：第壹部分為單選題、多選題、選填題，占分約為 70%~76%，第貳部分皆為混合題型，占分約為 24%~30%。

² 大學招生委員會聯合會公告之「111 學年度起適用之大學多元入學方案」，入學考試之分科測驗考試科目自 114 學年度起辦理數學乙考科。可參見大學招生委員會聯合會之公告 <https://www.jbcrc.edu.tw/multi3.html>。

參、試題舉例

以下是數學甲考科、數學乙考科的試題示例，各試題可能涉及多個測驗目標，惟每一個示例均以主要的測驗目標標示。以下針對各個測驗目標各舉一題為例。

<數學甲>

例 1、概念性知識試題

設 $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ 是一公比為 $\frac{1}{2}$ 的無窮等比數列且 $a_1=1$ 。試問下列哪些無窮數列會收斂？

- (1) $-a_1, -a_2, \dots, -a_n, \dots$ (2) $a_1^2, a_2^2, \dots, a_n^2, \dots$ (3) $\sqrt{a_1}, \sqrt{a_2}, \dots, \sqrt{a_n}, \dots$
 (4) $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \dots, \frac{1}{a_n}, \dots$ (5) $\log a_1, \log a_2, \dots, \log a_n, \dots$

(修自 106 學年度指定科目考試數學乙)

答案：(1)(2)(3)

測驗內容：A-11A-4 對數律、N-12 甲-1 數列的極限

說明：此題評量數列極限與對數律的概念，須判斷數列的極限是否存在，以及其運算的性質，並結合指數、對數的概念解題。

例 2、程序性知識試題

設 a, b 為實數， $f(x)$ 為 5 次實係數多項式函數且其最高次項係數為 a 。

若 $f(x)$ 滿足 $\int_b^x f(t) dt = \frac{3}{2}(x^2 + 4x + 5)^3 - \frac{3}{2}$ ，則 $a = \underline{\textcircled{12}}$ ， $b = \underline{\textcircled{13} \textcircled{14}}$ 。

(104 學年度指定科目考試數學甲)

答案： $a=9$ ； $b=-2$

測驗內容：A-12 甲-1 複數與方程式、F-12 甲-3 微分、F-12 甲-4 導函數、F-12 甲-6 積分

說明：此題評量以適當的程序解題，須理解微分與積分的關係，並利用微積分基本定理求得答案。

例 3、閱讀與表達能力試題

大吉百貨春節期間準備許多紅包讓顧客抽籤得紅包，並宣稱活動會一直持續到送出所有的紅包。籤筒內有 5 支籤，其中只有 1 支籤有標示「大吉」，且每支籤被抽中的機會均等。每位顧客從籤筒中抽取一支籤記錄後，將籤放回籤筒再抽下一回，最多抽取 3 回。當抽取過程中出現連續兩回抽中「大吉」，則該顧客停止抽籤並得到紅包。我們可將每位顧客抽籤是否得到紅包視為一次伯努力試驗。若隨機變數 X 表示第 X 位抽籤的顧客是整個活動中第一個得到紅

包的顧客，則隨機變數 X 的期望值 $E(X) = \frac{(9-1)(9-2)}{9}$ 。(四捨五入到整數位)

(修自 111 學年度分科測驗數學甲)

答案：14

測驗內容：D-12 甲-2 二項分布與幾何分布、D-10-4 複合事件的古典機率

說明：此題取材自抽獎情境，評量閱讀能力，並利用有關古典機率與幾何分布的數學知識解題。

例 4、連結能力試題

坐標平面上有一邊長為 3 的正六邊形 $ABCDEF$ ，其中 $A(3,0)$ 、 $D(-3,0)$ 。試問橢

圓 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ 與正六邊形 $ABCDEF$ 有多少個交點？

- (1) 0 (2) 2 (3) 4 (4) 6 (5) 8

(110 學年度學科能力測驗)

答案：(5)

測驗內容：G-12 甲-1 二次曲線、G-10-2 直線方程式

說明：此題評量橢圓的代數與幾何意涵，並須連結直線方程式的數學知識解題。

例 5、論證推理能力試題

對於正整數 n ，設 $(1+i)^n = a_n + b_n i$ ，其中 $i = \sqrt{-1}$ 且 a_n 、 b_n 為實數。試回答下列問題。

1. 試求 $a_4^2 + b_4^2$ 之值。(非選擇題)
2. 從恆等式 $(1+i)^{n+1} = (1+i)^n(1+i)$ 可推得有一矩陣 T 會滿足矩陣乘法
$$\begin{bmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} a_n \\ b_n \end{bmatrix}$$
，試求 T 。(非選擇題)
3. 令 P 、 Q 為坐標平面上異於原點 O 的兩點，若矩陣 T 在平面上定義的線性變換將 P 、 Q 分別映射到點 P' 、 Q' ，試證 $\frac{\overline{OP'}}{OP} = \frac{\overline{OQ'}}{OQ}$ 且 $\angle POQ = \angle P'OQ'$ 。
(非選擇題)

(修自 103 學年度指定科目考試數學甲)

答案：1. 16；2. $T = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ；3. 略

測驗內容：A-11A-3 矩陣的運算、F-11A-3 矩陣的應用、N-12 甲-3 複數、N-10-6 數列、級數與遞迴關係

說明：此題為非選擇題型，評量複數運算、平面上的線性變換與二階方陣。試題分 3 小題，各小題評量的概念由易而難，第 1 小題評量複數的運算，第 2 小題評量複數的代數運算性質及矩陣的表示法，第 3 小題評量複數的代數運算性質連結幾何意涵，以及用數學語言表達推理過程與論證能力。

例 6、解決問題的能力試題

已知某衛星繞地球運行的軌道為一圓形的軌跡。今以地球的地心為原點 O ，地球的半徑為 1 單位長，建立一空間坐標系。假設此衛星的圓形軌跡在平面 $y=z$ 上，其圓心為 O ，半徑為 2 單位，且發現在點 $P(4,4,12)$ 的位置有一顆星體。根據上述，試回答下列問題。

1. 若點 (a,b,c) 在衛星的軌道上，試選出正確的選項。(多選題)

(1) $a=b$

(2) $b=c$

(3) $a=c$

(4) $a^2+b^2+c^2=4$

(5) $a^2+2b^2=1$

2. 若平面 E 通過點 P 且與向量 $\overrightarrow{OP}$ 垂直，試求平面 E 的方程式。(非選擇題)

3. 承 2，衛星到平面 E 的最近距離為多少單位？(非選擇題)

(修自 107 年研究用試卷)

答案：1. (2)(4)；2. $x+y+3z=44$ ；3. $\frac{38\sqrt{11}}{11}$

測驗內容：G-11A-2 空間坐標系、G-11A-7 空間向量的運算、G-11A-9 平面方程式

說明：此題為混合題型，第 1 小題為多選題，第 2 小題與第 3 小題為非選擇題。此題情境取自衛星運行軌道的素材，評量空間坐標系中圓上的點坐標、空間平面方程式的表示法，並連結利用柯西不等式解決問題的能力。

<數學乙>**例 1、概念性知識試題**

有兩個正實數 a 、 b ，已知 $a^2b=10^5$ ， $ab^2=10^3$ ，則 $\log a + \log b$ 的值為何？

(1) $\frac{3}{8}$

(2) $\frac{2}{3}$

(3) $\frac{3}{2}$

(4) $\frac{8}{3}$

(5) 8

(修自 112 學年度學科能力測驗數學 B)

答案：(4)

測驗內容：F-11B-2 按比例成長模型(A-11A-4 對數律、F-11A-4 指數與對數函數)

說明：此題評量指數與對數的概念。

例 2、程序性知識試題

已知實數數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_1=1$ ，且 $a_{n+1}=\frac{2n+1}{2n-1}a_n$ 。其中 n 為正整數。試選出正確的選項。

(1) $a_2=3$

(2) $a_4=9$

(3) $\langle a_n \rangle$ 為等比數列

(4) $\sum_{n=1}^{20} a_n = 400$

(5) $\sum_{n=1}^{20} 2^{a_n} < 2^{40}$

(修自 110 學年度指定科目考試數學乙)

答案：(1)(4)(5)

測驗內容：N-10-6 數列、級數與遞迴關係、N-12 乙-2 無窮等比級數

說明：此題評量數列的遞迴關係與級數和，以及認識 Σ 符號。

例 3、閱讀與表達能力試題

某村的村長選舉設有兩個投票所。目前知道兩位候選人在各投票所得到的有效票數比例如下表所示（廢票不列入計算）：

	甲候選人	乙候選人
第一投票所	40%	60%
第二投票所	55%	45%

假設第一投票所與第二投票所的有效票數分別為 x 與 y (其中 $x > 0, y > 0$)，且以總得票數較高者為當選人。根據上述，試回答下列問題。

- 若甲為當選人，則 x 與 y 必須滿足以下哪一個選項？（單選題）
 - $x > 2y$
 - $x < 2y$
 - $2x > y$
 - $2x < y$
 - $3x > 4y$
- 當甲候選人在第一投票所的有效票數比在第二投票所的有效票數多時，試說明乙必為當選人。（非選擇題）
- 已知兩個投票所的有效票數差 100 票且確定甲為當選人。試問甲在哪一個投票所的有效票數較多，又至多多幾票？（非選擇題）

(修自 110 學年度學科能力測驗)

答案：1. (4)；2. 略；3. 第二投票所較多，至多多 67 票

測驗內容：G-10-2 直線方程式、D-10-3 有系統的計數

說明：此題為混合題型，第 1 小題為單選題，第 2、3 小題均為非選擇題。取材選舉投票的情境，評量將試題敘述轉為數學式，根據所學數學知識判斷當選人的條件，並用數學式表達解題過程。

例 4、連結能力試題

在坐標平面上，以原點 O 為圓心的單位圓上三相異點 A 、 B 、 C 滿足

$2\overrightarrow{OA}+3\overrightarrow{OB}+4\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{0}$ 。試選出正確的選項。

- (1) 圓心 O 可能是 $\triangle ABC$ 的重心 (2) $\overline{AB} = 2\sin \angle BCA$
(3) 向量 $2\overrightarrow{OA}+3\overrightarrow{OB}$ 的長度為 4 (4) 內積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} < 0$
(5) $\overline{AB} < \frac{3}{2}$

(修自 108 學年度指定科目考試數學甲)

答案：(2)(3)(5)

測驗內容：G-11B-1 平面向量(G-11A-1 平面向量)、G-11B-2 平面向量的運算(G-11A-6 平面向量的運算)、G-10-6 三角比、G-10-7 三角比的性質

說明：此題評量平面向量的線性組合與內積，並連結三角比的性質與三角比解題。

例 5、論證推理能力試題

設 $f(x)$ 、 $g(x)$ 分別為三次與二次的實係數多項式函數，且它們的函數圖形恰有一個交點 P 。已知 $f(2-i)=g(2-i)=0$ ， $f(0)=g(0)=-10$ ，且 $f(2)=0$ ，其中 $i=\sqrt{-1}$ 。根據上述，試回答下列問題。

1. $g(1)$ 的值為 12-1 12-2。(選填題)

2. 試求 $f(x)$ 及其圖形的反曲點坐標。(非選擇題)

3. 試求 $y=f(x)$ 在點 P 的切線 L 的方程式，並求 L 與函數 $y=g(x)$ 圖形所圍成的區域面積。(非選擇題)

(111 年數學科研發計畫)

答案：1. -4；2. $f(x)=x^3-6x^2+13x-10$, (2,0)；3. $y=13x-10$, $\frac{125}{24}$

測驗內容：A-12 乙-2 方程式的虛根、F-12 乙-3 微分、F-12 乙-4 導函數、F-12 乙-5 積分、N-12 乙-1 複數

說明：此題為混合題型，第 1 小題為選填題，第 2、3 小題均為非選擇題，評量實係數方程式虛根成對的性質，求出兩個函數，再利用微積分概念解題。

例 6、解決問題的能力試題

投擲一個不均勻銅板，已知出現正面的機率為 $\frac{1}{3}$ ，出現反面的機率為 $\frac{2}{3}$ 。今在坐標平面上有一顆棋子，依投擲此銅板的正反面結果，前進至下一個位置，規則如下：

- (一) 若擲出為正面，則從目前位置依著向量 $(-1,2)$ 的方向與長度，前進至下一個位置；
- (二) 若擲出為反面，則從目前位置依著向量 $(1,0)$ 的方向與長度，前進至下一個位置。

例如：棋子目前位置在坐標 $(2,4)$ ，若擲出反面，則棋子前進至坐標 $(3,4)$ 。

假設棋子以原點 $(0,0)$ 為起始點，依上述規則，連續投擲此銅板 6 次，且每次投擲均互相獨立，則經過 6 次移動後，棋子停在坐標 $(\textcircled{12}, \textcircled{13})$ 的機率最大。

(修自 110 學年度指定科目考試數學乙)

答案：(2,4)

測驗內容： D-10-4 複合事件的古典機率、G-11B-1 平面向量(G-11A-1 平面向量)、

D-12 乙-2 二項分布

說明：此題是以遊戲為素材的機率問題，評量運用坐標平面上的向量係數積與加減、二項分布解決問題的能力。

附件、分科測驗數學考科測驗範圍

本附件所列之數學甲與數學乙考科測驗範圍，乃取自數學領綱第 44 頁至第 53 頁所列 10 年級至 12 年級各該條目之學習內容說明與備註。

其中學習內容的編碼方式，第 1 碼為「主題類別」，分別以英文大寫字母 N（數與量）、S（空間與形狀）、G（坐標幾何）、A（代數）、F（函數）、D（資料與不確定性）表示；第 2 碼為「年級階段」別，依年級區分；第 3 碼為流水號。例如 F-10-1 表示主題類別為函數；年級為 10 年級，流水號序號為 1。詳細可參見國家教育研究院網站(網址：<https://www.naer.edu.tw/PageSyllabus?fid=52>)。有關學習內容說明與備註，依數學領綱第 18 頁：

學習內容包含「條目」與「說明」，前者為大項目，以粗體字呈現，後者是細項說明，兩者之間以冒號或句號分隔。學習內容的安排以清楚呈現某組數學概念為原則，並非一條目對應一教學單元。部分條目另有「備註」，與說明同等重要，甚至更能闡明條目的方向。

部分學習內容條目及說明與備註有※、★、# 之標註，其意義如下³：

※ 為進階或延伸教材，教師宜適當補充，建議不納入全國性考試的範圍。

★ 建議不列為評量的直接命題對象，可融入其他課題的評量之中。

不必設置獨立的教學單元，宜融入適當課題，在合理的脈絡中教授。

數學甲考科測驗範圍請見附表一、二、三；數學乙考科測驗範圍請見附表四、五、六。數學乙考科測驗範圍「備註」除列有課綱學習內容條目說明外，另列「測驗範圍說明」，包括：S-11B-1 不含球面上的經線與緯線；S-11A-1 不含三垂線定理；G-11A-6 不含行列式、柯西不等式；A-11A-1 不含克拉瑪公式；F-11A-1 不含 $\cos, \tan$ 函數的圖形；F-11B-2 不含 e 的認識、自然對數函數；D-11B-2 不含列聯表與文氏圖的關聯。關於正式考試時是否可使用計算機，請參見當年度考試簡章。

³ 取自數學領綱第 18 頁內容，可參見國家教育研究院網站 <https://www.naer.edu.tw/PageSyllabus?fid=52>

附表一：數學甲考科測驗範圍中 10 年級必修數學部分

編碼	學習內容條目及說明	備註
N-10-1	實數 ：數線，十進制小數的意義，三一律，有理數的十進制小數特徵，無理數之十進制小數的估算($\sqrt{2}$ 為無理數的證明 ★)，科學記號數字的運算。	定義科學記號數字的有效位數，在運算之後應維持原本的有效位數。★
N-10-2	絕對值 ：絕對值方程式與不等式。	絕對值不等式以 $ x - a > b$ 和 $ x - a < b$ 為原則，且連結 b 為誤差範圍之意涵，連結相關的商品或工程標示。搭配不等式的解，引進實數的區間符號，可包括區間的聯集以及 $\pm\infty$ 符號，僅限表達不等式的解區間，不做區間的集合運算。
N-10-3	指數 ：非負實數之小數或分數次方的意義，幾何平均數與算幾不等式，複習指數律，實數指數的意義，使用計算機的 x^y 鍵。	
N-10-4	常用對數 ：log 的意義，常用對數與科學記號連結，使用計算機的 10^x 鍵和 log 鍵。	透過操作而加強認識任意正數 a 皆可以改寫成 $10^{\log a}$ 。不談其他底的對數。
N-10-5	數值計算的誤差 ：認識計算機的有限性，可察覺誤差的發生並做適當有效位數的取捨。★ #	
N-10-6	數列、級數與遞迴關係 ：有限項遞迴數列，有限項等比級數，常用的求和公式，數學歸納法。	遞迴關係以一階為主，連結國中的等差數列和等比數列。數學歸納法應先透過觀察發現規律，然後用以證明；將數學歸納法的範例與應用，融入後續的課程，不必在此過度練習。可連結常用對數而求解 $a^x = b$ 之近似值。
N-10-7	邏輯 ：認識命題及其否定，兩命題的或、且、推論關係，充分、必要、充要條件。★ #	
G-10-1	坐標圖形的對稱性 ：坐標平面上，對 x 軸，對 y 軸，對 $y = x$ 直線的對稱，對原點的對稱。#	不必涉及一般的線對稱與點對稱。
G-10-2	直線方程式 ：斜率，其絕對值的意義，點斜式，點與直線之平移，平行線、垂直線的方程式。點到直線的距離，平行線的距離、二元一次不等式。	平行線方程式與平面幾何的綜合應用，可導出由 P 、 Q 兩點坐標計算三角形 OPQ 面積的算法，其應用範例可包含計算點到直線的距離、平行線的距離。呼應平行線、垂直線在國中階段平面幾何主題範圍內的知識。
G-10-3	圓方程式 ：圓的標準式。	
G-10-4	直線與圓 ：圓的切線，圓與直線關係的代數與幾何判定。	不含兩圓關係。搭配不等式，可連結描述式的集合符號。僅限表達不等式的解區域，不做區間的集合運算。
G-10-5	廣義角和極坐標 ：廣義角的終邊，極坐標的定義，透過方格紙操作極坐標與直角坐標的轉換。	須讓學生有操作經驗。廣義角之範圍，初以 -180° 至 360° 為限，將來在脈絡中推廣之。理解斜角方向性的理由。應帶領學生

		認識，在平面上，斜率和斜角觀念彼此等價。
G-10-6	三角比 ：定義銳角的正弦、餘弦、正切，推廣至廣義角的正弦、餘弦、正切，特殊角的值，使用計算機的 $\sin, \cos, \tan$ 鍵。	須讓學生有自行根據圖形之測量而估算三角比的實際操作經驗。
G-10-7	三角比的性質 ：正弦定理，餘弦定理，正射影。連結斜率與直線斜角的正切，用計算機的反正弦、反餘弦、反正切鍵計算斜角或兩相交直線的夾角，（三角測量 $\#$ ）。	盡量一致以「斜角」作為角的概念心像。銜接國中的長方體經驗，在長方體的截面上示範三角測量，在三角比的脈絡中，延展國中的空間概念，並可延伸至正角錐體。三角測量不設獨立單元，以示範三角之基本性質為主，融入教學脈絡之中，多舉出歷史上的重要應用範例。
A-10-1	式的運算 ：三次乘法公式，根式與分式的運算。	
A-10-2	多項式之除法原理 ：因式定理與餘式定理，多項式除以 $(x-a)$ 之運算，並將其表為 $(x-a)$ 之形式的多項式。	綜合除法之除式僅作 $x-a$ 即可，不必推廣到 $ax-b$ 。不涉及使用分離係數法。
F-10-1	一次與二次函數 ：從方程式到 $f(x)$ 的形式轉換，一次函數圖形與 $y=mx$ 圖形的關係，數線上的分點公式與一次函數求值。用配方將二次函數化為標準式，二次函數圖形與 $y=ax^2$ 圖形的關係，情境中的應用問題。	在課程脈絡中，認識 $f(x)$ 之函數符號的必要性與合理性，例如 $f(x)$ 與 $f(x-h)$ 、 $f(-x)$ 的圖形關係。閉區間內的二次函數情境應用。理解內插法的原理是分點公式。
F-10-2	三次函數的圖形特徵 ：二次、三次函數圖形的對稱性，兩者圖形的大域（global）特徵由最高次項決定，而局部（local）則近似一條直線。	認識一般三次函數皆為 $y=ax^3+px$ 之平移；用 $(x-h)$ 的多項式，探討函數圖形在 $x=h$ 附近所近似的一條直線。
F-10-3	多項式不等式 ：解一次、二次、或已分解之多項式不等式的解區間，連結多項式函數的圖形。	搭配不等式的解，引進實數的區間符號，可包括區間的聯集以及 $\pm\infty$ 符號，可連結描述式的集合符號。僅限表達不等式的解區間，不做區間的集合運算。
D-10-1	集合 ：集合的表示法，字集、空集、子集、交集、聯集、餘集，屬於和包含關係，文氏圖。 $\star \#$	連結在區間與不等式解區域的經驗，適度銜接國中經驗，例如：以四邊形作為集合運算的範例。
D-10-2	數據分析 ：一維數據的平均數、標準差。二維數據的散布圖，最適直線與相關係數，數據的標準化。	適度與國中所習的數據分布圖重疊，但加深加廣其情境，並將四分位數延伸至百分位數。學生應知道統計數據可能有略為不同的定義，也應理解可能產生數值略為不同但意義相同的數據；學生也應習得根據數據的特徵選擇適當統計量的基本能力。最適直線的教學重點是先辨識可能有直線關係，然後討論其「最適」的評量標準；建議以平均數為0的數據搭配通過原點的直線，推論最適直線即可。教師應以方便取得的資訊工具，做數據分析的操作示範。
D-10-3	有系統的計數 ：有系統的窮舉，樹狀圖，加法原理，乘法原理，取捨原理。直線排	此處的排列與組合，以供應古典機率之所需為教學目標；應包含二項式展開作為組

	列與組合。	合的應用範例。
D-10-4	複合事件的古典機率：樣本空間與事件， 複合事件的古典機率性質，期望值。	

附表二：數學甲考科測驗範圍中 11 年級必修數學部分

編碼	學習內容條目及說明	備註
N-11A-1	弧度量 ：弧度量的定義，弧長與扇形面積，計算機的 rad 鍵。	弧度量與度量的互換，宜在後續學習的脈絡中，經常練習。
S-11A-1	空間概念 ：空間的基本性質，空間中兩直線、兩平面、直線與平面的位置關係，三垂線定理。	須認識兩面角，但除了直角以外，不必以幾何方式處理一般的兩面角。
G-11A-1	平面向量 ：坐標平面上的向量係數積與加減，線性組合。	請注意連結 10 年級所學的基礎，此處之向量盡量以位置向量為主，以線性組合為主要目標。
G-11A-2	空間坐標系 ：點坐標，兩點距離，點到坐標軸或坐標平面的投影。	
G-11A-3	空間向量 ：坐標空間中的向量係數積與加減，線性組合。	
G-11A-4	三角不等式 ：向量的長度，三角不等式。	涵蓋實數的三角不等式，作為向量之三角不等式的特殊例。
G-11A-5	三角的和差角公式 ：正弦與餘弦的和差角、倍角與半角公式。	請注意連結 10 年級所學的基礎，以正弦和餘弦為主，正切之對應公式以推論之練習為原則。
G-11A-6	平面向量的運算 ：正射影與內積，面積與行列式，兩向量的平行與垂直判定，兩向量的夾角，柯西不等式。	
G-11A-7	空間向量的運算 ：正射影與內積，兩向量平行與垂直的判定、柯西不等式，外積。	可用柯西不等式解釋二維數據的相關係數範圍。※
G-11A-8	三階行列式 ：三向量決定的平行六面體體積，三重積。	以平行六面體的體積意義為重點。
G-11A-9	平面方程式 ：平面的法向量與標準式、兩平面的夾角、點到平面的距離。	
G-11A-10	空間中的直線方程式 ：空間中直線的參數式與比例式，直線與平面的關係，點到直線距離，兩平行或歪斜線的距離。	
A-11A-1	二元一次方程組的矩陣表達 ：定義方陣符號及其乘以向量的線性組合意涵，克拉瑪公式，方程組唯一解、無窮多組解、無解的情況。	以平面向量的具體操作體現線性組合的意涵，克拉瑪公式以連結平面向量之線性組合以及平行四邊形面積為重點。

A-11A-2	三元一次聯立方程式： 以消去法求解，改以方陣表達。用電腦求解多元一次方程組的觀念與示範。	可連結插值多項式，作為產生三元一次聯立方程式的範例之一，連帶介紹牛頓插值多項式。高斯消去法之增廣矩陣不延伸至方陣之 rank 觀念。可適度連結平面向量之線性組合意涵，解釋方程組唯一解、無窮多組解、無解的情況，但不延伸線性獨立之相關課題。可在觀念上推廣到更多未知數的一次聯立方程式，說明高階方程組用電腦求解，並應以方便取得的資訊工具電腦軟體示範之。（三平面幾何關係的代數判定。★）
A-11A-3	矩陣的運算： 矩陣的定義，矩陣的係數積與加減運算，矩陣相乘，反方陣。將矩陣視為資料表，用電腦做矩陣運算的觀念與示範。	可以在概念上探討任意階的反方陣，但若要確切算出反方陣，則僅限 2 階。
A-11A-4	對數律： 從 10^x 及指數律認識 $\log$ 的對數律，其基本應用，並用於求解指數方程式。	認識一般底的對數，但勿過度練習。
F-11A-1	三角函數的圖形： $\sin$, $\cos$, $\tan$ 函數的圖形、定義域、值域、週期性，週期現象的數學模型。（ $\cot$, $\sec$, $\csc$ 之定義與圖形※）	
F-11A-2	正餘弦的疊合： 同頻波疊合後的頻率、振幅。	
F-11A-3	矩陣的應用： 平面上的線性變換，二階轉移方陣。	
F-11A-4	指數與對數函數： 指數函數及其圖形，按比例成長或衰退的數學模型，常用對數函數的圖形，在科學和金融上的應用。	認識一般底的對數函數，重點是任意底的對數皆可以換至常用對數，不在同一條式子裡刻意混用不同底的對數。任何指數函數 a^x 皆可改寫成 10^{kx} ，其中 $0 < a \neq 1$ 。
D-11A-1	主觀機率與客觀機率： 根據機率性質檢視主觀機率的合理性，根據已知的數據獲得客觀機率。	
D-11A-2	條件機率： 條件機率的意涵及其應用，事件的獨立性及其應用。	
D-11A-3	貝氏定理： 條件機率的乘法公式，貝氏定理及其應用。	

附表三：數學甲考科測驗範圍中 12 年級加深加廣選修數學甲類部分

編碼	學習內容條目及說明	備註
N-12 甲-1	數列的極限 ：數列的極限，極限的運算性質，夾擠定理。從連續複利認識常數 e 。	應包括牛頓求根法，示範不確知結果的數列極限，用計算機估計其值；以勘根定理為牛頓法找到合適的初始值。夾擠定理可示範古典的圓周率估計，從計算機的估計值看到夾擠的現象。（※認識常數 e 之後，可介紹標準指數函數及自然對數函數。）
N-12 甲-2	無窮等比級數 ：循環小數， Σ 符號。	
N-12 甲-3	複數 ：複數平面，複數的極式，複數的四則運算與絕對值及其幾何意涵。棣美弗定理，複數的 n 次方根。	
G-12 甲-1	二次曲線 ：拋物線、橢圓、雙曲線的標準式，橢圓的參數式。	含平移與伸縮，運用線性變換，旋轉橢圓的（以原點為中心）標準式，從標準式旋轉成斜的，因而認識含 xy 項的二元二次方程式，但並不直接處理含 xy 項的二元二次方程式。可從橢圓的參數式擴及圓的參數式。
A-12 甲-1	複數與方程式 ：方程式的虛根，代數基本定理，實係數方程式虛根成對的性質。	
F-12 甲-1	函數 ：對應關係，圖形的對稱關係（奇偶性），凹凸性的意義，反函數之數式演算與圖形對稱關係，合成函數。#	在學習微分或相關內容的脈絡中，認識函數作為可操作的對象，例如 $f \pm g$ 、 $f \circ g$ ，熟練這些操作。
F-12 甲-2	函數的極限 ：認識函數的連續性與函數在實數 a 的極限，極限的運算性質，絕對值函數和分段定義函數，介值定理，夾擠定理。	請注意連結 10 年級所學的多項式相除之基礎；此處的目標是處理微分，勿過度延伸。
F-12 甲-3	微分 ：導數與導函數的極限定義，切線與導數，多項式函數及簡單代數函數之導函數，微分基本公式及係數積和加減性質。	※可以將 $\sin x$ 與 $\cos x$ ， 2^x ， 3^x 等函數的導函數，當作微分的例子。
F-12 甲-4	導函數 ：微分乘法律，除法律，連鎖律，高階導數，萊布尼茲符號。函數的單調性與凹凸性判定，一次估計，基本的最佳化問題。	以多項式函數為主要操作對象。連鎖律以 $(x-a)^n$ 的微分為主；多項式函數的泰勒展開式。
F-12 甲-5	黎曼和 ：黎曼和與定積分的連結。	
F-12 甲-6	積分 ：多項式函數的反導函數與不定積分。定積分在面積、位移、總變化量的意涵，微積分基本定理。	不涉及分部積分與變數變換。定積分以多項式函數為主要操作對象，但在面積之意義明顯時，可擴及其他函數或給定的圖形。可包含連續的兩段或三段折線函數，絕對值與一次或二次函數的合成。
F-12 甲-7	積分的應用 ：連續函數值的平均，圓的面積，球的體積，切片積分法，旋轉體體積。	

D-12 甲-1	離散型隨機變數： 期望值、變異數與標準差，獨立性，伯努力試驗與重複試驗。	
D-12 甲-2	二項分布與幾何分布： 二項分布與幾何分布的性質與參數。	應用於事件發生機率的合理性檢定。

附表四：數學乙考科測驗範圍中 10 年級必修數學部分

編碼	學習內容條目及說明	備註
N-10-1	實數 ：數線，十進制小數的意義，三一律，有理數的十進制小數特徵，無理數之十進制小數的估算($\sqrt{2}$ 為無理數的證明 ★)，科學記號數字的運算。	定義科學記號數字的有效位數，在運算之後應維持原本的有效位數。★
N-10-2	絕對值 ：絕對值方程式與不等式。	絕對值不等式以 $ x - a > b$ 和 $ x - a < b$ 為原則，且連結 b 為誤差範圍之意涵，連結相關的商品或工程標示。搭配不等式的解，引進實數的區間符號，可包括區間的聯集以及 $\pm\infty$ 符號，僅限表達不等式的解區間，不做區間的集合運算。
N-10-3	指數 ：非負實數之小數或分數次方的意義，幾何平均數與算幾不等式，複習指數律，實數指數的意義，使用計算機的 x^y 鍵。	
N-10-4	常用對數 ：log 的意義，常用對數與科學記號連結，使用計算機的 10^x 鍵和 log 鍵。	透過操作而加強認識任意正數 a 皆可以改寫成 $10^{\log a}$ 。不談其他底的對數。
N-10-5	數值計算的誤差 ：認識計算機的有限性，可察覺誤差的發生並做適當有效位數的取捨。★ #	
N-10-6	數列、級數與遞迴關係 ：有限項遞迴數列，有限項等比級數，常用的求和公式，數學歸納法。	遞迴關係以一階為主，連結國中的等差數列和等比數列。數學歸納法應先透過觀察發現規律，然後用以證明；將數學歸納法的範例與應用，融入後續的課程，不必在此過度練習。可連結常用對數而求解 $a^x = b$ 之近似值。
N-10-7	邏輯 ：認識命題及其否定，兩命題的或、且、推論關係，充分、必要、充要條件。★ #	
G-10-1	坐標圖形的對稱性 ：坐標平面上，對 x 軸，對 y 軸，對 $y = x$ 直線的對稱，對原點的對稱。#	不必涉及一般的線對稱與點對稱。
G-10-2	直線方程式 ：斜率，其絕對值的意義，點斜式，點與直線之平移，平行線、垂直線的方程式。點到直線的距離，平行線的距離、二元一次不等式。	平行線方程式與平面幾何的綜合應用，可導出由 P 、 Q 兩點坐標計算三角形 OPQ 面積的算法，其應用範例可包含計算點到直線的距離、平行線的距離。呼應平行線、垂直線在國中階段平面幾何主題範圍內的知識。
G-10-3	圓方程式 ：圓的標準式。	
G-10-4	直線與圓 ：圓的切線，圓與直線關係的代數與幾何判定。	不含兩圓關係。搭配不等式，可連結描述式的集合符號。僅限表達不等式的解區域，不做區間的集合運算。
G-10-5	廣義角和極坐標 ：廣義角的終邊，極坐標的定義，透過方格紙操作極坐標與直角坐標的轉換。	須讓學生有操作經驗。廣義角之範圍，初以 -180° 至 360° 為限，將來在脈絡中推廣之。理解斜角方向性的理由。應帶領學生

		認識，在平面上，斜率和斜角觀念彼此等價。
G-10-6	三角比： 定義銳角的正弦、餘弦、正切，推廣至廣義角的正弦、餘弦、正切，特殊角的值，使用計算機的 $\sin$, $\cos$, $\tan$ 鍵。	須讓學生有自行根據圖形之測量而估算三角比的實際操作經驗。
G-10-7	三角比的性質： 正弦定理，餘弦定理，正射影。連結斜率與直線斜角的正切，用計算機的反正弦、反餘弦、反正切鍵計算斜角或兩相交直線的夾角，（三角測量#）。	盡量一致以「斜角」作為角的概念心像。銜接國中的長方體經驗，在長方體的截面上示範三角測量，在三角比的脈絡中，延展國中的空間概念，並可延伸至正角錐體。三角測量不設獨立單元，以示範三角之基本性質為主，融入教學脈絡之中，多舉出歷史上的重要應用範例。
A-10-1	式的運算： 三次乘法公式，根式與分式的運算。	
A-10-2	多項式之除法原理： 因式定理與餘式定理，多項式除以 $(x-a)$ 之運算，並將其表為 $(x-a)$ 之形式的多項式。	綜合除法之除式僅作 $x-a$ 即可，不必推廣到 $ax-b$ 。不涉及使用分離係數法。
F-10-1	一次與二次函數： 從方程式到 $f(x)$ 的形式轉換，一次函數圖形與 $y=mx$ 圖形的關係，數線上的分點公式與一次函數求值。用配方將二次函數化為標準式，二次函數圖形與 $y=ax^2$ 圖形的關係，情境中的應用問題。	在課程脈絡中，認識 $f(x)$ 之函數符號的必要性與合理性，例如 $f(x)$ 與 $f(x-h)$ 、 $f(-x)$ 的圖形關係。閉區間內的二次函數情境應用。理解內插法的原理是分點公式。
F-10-2	三次函數的圖形特徵： 二次、三次函數圖形的對稱性，兩者圖形的大域（global）特徵由最高次項決定，而局部（local）則近似一條直線。	認識一般三次函數皆為 $y=ax^3+px$ 之平移；用 $(x-h)$ 的多項式，探討函數圖形在 $x=h$ 附近所近似的一條直線。
F-10-3	多項式不等式： 解一次、二次、或已分解之多項式不等式的解區間，連結多項式函數的圖形。	搭配不等式的解，引進實數的區間符號，可包括區間的聯集以及 $\pm\infty$ 符號，可連結描述式的集合符號。僅限表達不等式的解區間，不做區間的集合運算。
D-10-1	集合： 集合的表示法，字集、空集、子集、交集、聯集、餘集，屬於和包含關係，文氏圖。★#	連結在區間與不等式解區域的經驗，適度銜接國中經驗，例如：以四邊形作為集合運算的範例。
D-10-2	數據分析： 一維數據的平均數、標準差。二維數據的散布圖，最適直線與相關係數，數據的標準化。	適度與國中所習的數據分布圖重疊，但加深加廣其情境，並將四分位數延伸至百分位數。學生應知道統計數據可能有略為不同的定義，也應理解可能產生數值略為不同但意義相同的數據；學生也應習得根據數據的特徵選擇適當統計量的基本能力。最適直線的教學重點是先辨識可能有直線關係，然後討論其「最適」的評量標準；建議以平均數為0的數據搭配通過原點的直線，推論最適直線即可。教師應以方便取得的資訊工具，做數據分析的操作示範。
D-10-3	有系統的計數： 有系統的窮舉，樹狀圖，加法原理，乘法原理，取捨原理。直線排	此處的排列與組合，以供應古典機率之所需為教學目標；應包含二項式展開作為組

	列與組合。	合的應用範例。
D-10-4	複合事件的古典機率：樣本空間與事件， 複合事件的古典機率性質，期望值。	

附表五：數學乙考科測驗範圍中 11 年級必修數學部分

11 年級數學 B 類關聯內容			11 年級數學 A 類關聯內容		
編碼	學習內容條目及說明	備註 (含測驗範圍說明)	編碼	學習內容條目及說明	備註 (含測驗範圍說明)
N-11B-1	弧度量：弧度量的定義，弧長與扇形面積，計算機的 rad 鍵。		N-11A-1	弧度量：弧度量的定義，弧長與扇形面積，計算機的 rad 鍵。	弧度量與度度量的互換，宜在後續學習的脈絡中，經常練習。
S-11B-1	空間概念：空間的基本性質，空間中兩直線、兩平面、及直線與平面的位置關係。利用長方體的展開圖討論表面上的兩點距離，認識球面上的經線與緯線。	留意學生在地理課的需求，認識球面上的大圓與小圓。認識直線與平面的垂直關係、直線與直線的平行與垂直關係、兩平面的垂直關係；認識兩面角，但除了直角以外，不必以幾何方式處理一般的兩面角。	S-11A-1	空間概念：空間的基本性質，空間中兩直線、兩平面、直線與平面的位置關係，三垂線定理。	須認識兩面角，但除了直角以外，不必以幾何方式處理一般的兩面角。
		測驗範圍說明：不含球面上的經線與緯線。			測驗範圍說明：不含三垂線定理。
G-11B-1	平面向量：坐標平面上的向量係數積與加減，線性組合。		G-11A-1	平面向量：坐標平面上的向量係數積與加減，線性組合。	請注意連結 10 年級所學的基礎，此處之向量盡量以位置向量為主，以線性組合為主要目標。
G-11B-2	平面向量的運算：正射影與內積，兩向量的垂直與平行判定，兩向量的夾角。		G-11A-6	平面向量的運算：正射影與內積，面積與行列式，兩向量的平行與垂直判定，兩向量的夾角，柯西不等式。	
					測驗範圍說明：不含行列式、柯西不等式。

G-11B-4	空間坐標系：點坐標，兩點距離，點到坐標軸或坐標平面的投影。	由球心在原點之球面上的經緯度計算空間坐標。	G-11A-2	空間坐標系：點坐標，兩點距離，點到坐標軸或坐標平面的投影。	
A-11B-1	矩陣與資料表格：矩陣乘向量的線性組合意涵，二元一次方程組的意涵，矩陣之加、減、乘及二階反方陣。將矩陣視為資料表，用電腦做矩陣運算的觀念與示範。		A-11A-1	二元一次方程組的矩陣表達：定義方陣符號及其乘以向量的線性組合意涵，克拉瑪公式，方程組唯一解、無窮多組解、無解的情況。	以平面向量的具體操作體現線性組合的意涵，克拉瑪公式以連結平面向量之線性組合以及平行四邊形面積為重點。
			A-11A-3	矩陣的運算：矩陣的定義，矩陣的係數積與加減運算，矩陣相乘，反方陣。將矩陣視為資料表，用電腦做矩陣運算的觀念與示範。	測驗範圍說明：不含克拉瑪公式。
F-11B-1	週期性數學模型：正弦函數的圖形、週期性，其振幅、週期與頻率，週期性現象的範例。		F-11A-1	三角函數的圖形： $\sin$, $\cos$, $\tan$ 函數的圖形、定義域、值域、週期性，週期現象的數學模型。 ($\cot$, $\sec$, $\csc$ 之定義與圖形※)	可以在概念上探討任意階的反方陣，但若要確切算出反方陣，則僅限 2 階。
					測驗範圍說明：不含 $\cos$, $\tan$ 函數的圖形。

F-11B-2	按 比例成長模型 ：指數函數與對數函數及其生活上的應用 ⁴ ，例如地震規模，金融與理財，平均成長率，連續複利與 e 的認識，自然對數函數。		A-11A-4	對數律 ：從 10^x 及指數律認識 $\log$ 的對數律，其基本應用，並用於求解指數方程式。	認識一般底的對數，但勿過度練習。
		測驗範圍說明： 不含 e 的認識、自然對數函數。	F-11A-4	指數與對數函數 ：指數函數及其圖形，按比例成長或衰退的數學模型，常用對數函數的圖形，在科學和金融上的應用。	認識一般底的對數函數，重點是任意底的對數皆可以換至常用對數，不在同一條式子裡刻意混用不同底的對數。任何指數函數 a^x 皆可改寫成 10^{kx} ，其中 $0 < a \neq 1$ 。
D-11B-1	主觀機率與客觀機率 ：根據機率性質檢視主觀機率的合理性，根據已知的數據獲得客觀機率。		D-11A-1	主觀機率與客觀機率 ：根據機率性質檢視主觀機率的合理性，根據已知的數據獲得客觀機率。	
D-11B-2	不確定性 ：條件機率、貝氏定理、獨立事件及其基本應用，列聯表與文氏圖的關聯。		D-11A-2	條件機率 ：條件機率的意涵及其應用，事件的獨立性及其應用。	
		測驗範圍說明： 不含列聯表與文氏圖的關聯。	D-11A-3	貝氏定理 ：條件機率的乘法公式，貝氏定理及其應用。	

⁴ 依據十二年國教課程綱要國民中小學暨普通型高中數學領域課程手冊第 623 頁及第 624 頁內容，「F-11B-2 按比例成長模型」之學習目標(5)及該條目範圍 3：學習此條目須了解對數律，並能用以求解實際問題產生的指數方程式或對數方程式，勿做複雜的演算。因此，此條目可以關聯對數律(A-11A-4)，可參見國家教育研究院網站 <https://www.naer.edu.tw/PageSyllabus?fid=52>

附表六：數學乙考科測驗範圍中 12 年級加深加廣選修數學乙類部分

編碼	學習內容條目及說明	備註
N-12 乙-1	複數 ：複數平面，複數的四則運算與絕對值。	
N-12 乙-2	無窮等比級數 ：循環小數，認識 Σ 符號。	
A-12 乙-1	線性規劃 ：目標函數為一次式的極值問題，平行直線系。	
A-12 乙-2	方程式的虛根 ：方程式的虛根，實係數方程式的代數基本定理，虛根成對性質。	
F-12 乙-1	函數 ：對應關係，圖形的對稱關係（奇偶性），凹凸性的意義。#	在學習微分或相關內容的脈絡中，認識函數作為可操作的對象，例如 $f \pm g$ 、 $f \circ g$ 。
F-12 乙-2	函數的極限 ：認識函數的連續性與函數在實數 a 的極限，極限的運算性質，介值定理，夾擠定理。	請注意連結 10 年級所學的多項式相除之基礎；此處的目標是處理微分，勿過度延伸。
F-12 乙-3	微分 ：導數與導函數的極限定義，切線與導數，多項式函數之導函數，微分基本公式及係數積和加減性質。	
F-12 乙-4	導函數 ：二階導數，萊布尼茲符號。函數的單調性與凹凸性判定，基本的最佳化問題，導數的邊際意涵。	
F-12 乙-5	積分 ：一次與二次函數的反導函數與定積分。定積分的面積與總變化量的意涵，微積分基本定理。	不涉及分部積分與變數變換。在面積之意義明顯時，可擴及其他函數或給定的圖形。
F-12 乙-6	積分的應用 ：連續函數值的平均，總量與剩餘意涵。	
D-12 乙-1	離散型隨機變數 ：期望值、變異數與標準差，獨立性，伯努力試驗與重複試驗。	
D-12 乙-2	二項分布 ：二項分布的性質與參數。	應用於事件發生機率的合理性檢定。